Chapitre 10 : Généralités sur les suites

I) Définition et notations

Définition 1 : Une suite numérique est une fonction définie de l'ensemble ℕ (ou une partie de ℕ) dans ℝ.

On note souvent u ou (u_n), une suite numérique.

On dit que u_n est le ………………. ……………………… de la suite ou terme de rang … .

u_{n+1} est le terme …………………….. u_n

u_{n-1} est le terme …………………….. u_n.

Exemple : On s'intéresse au nombre d'élèves inscrits au lycée de Petite Terre de 2007 à 2013.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'élèves	1 093	1 121	1 167	1 210	1 275	1 344	1 512

Si on note u_n le nombre d'élèves inscrits l'année de rang n, on obtient :

u_0 = ……………… ; u_1 = ……………… ; u_2 = ……………… ; …

1) Suite définie par une formule explicite

Le terme général u_n est défini en **fonction de n**, on a alors : ……………………… .

Exemple : Soit la suite définie par $u_n = 3n - 2$.

On a : u_0 = ……………………………………………………………

u_1 = ……………………………………………………………

u_2 = ……………………………………………………………

u_{10} = ……………………………………………………………

u_{20} = ……………………………………………………………

Remarque : Il est ……………………… de calculer directement n'importe quel terme d'une suite définie par une formule explicite.

2) Suite définie par une relation de récurrence

La suite est définie par une relation qui permet de calculer un terme à partir du terme précédent ; Généralement, u_{n+1} est donné en **fonction de u_n**. On a alors : …………………………… .
Dans ce cas, le premier terme est aussi donné.

Exemple : Soit la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$

On a : u_1 = ……………………………………………………

u_2 = ……………………………………………………

u_3 = ……………………………………………………………

u_4 = ……………………………………………………………

Remarque : Il est …………………………… de calculer directement n'importe quel terme d'une suite définie par une formule de récurrence (il faut calculer tous les termes ……………………………).

II) Représentation graphique

Soit P un plan muni d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la représentation graphique d'une suite (u_n) est l'ensemble des points de coordonnées ………………..

<u>Exemple :</u> Soit la suite définie par :

$$u_n = -n^2+4n+3.$$

Représenter graphiquement la suite (u_n).

……………………………………………………………………….

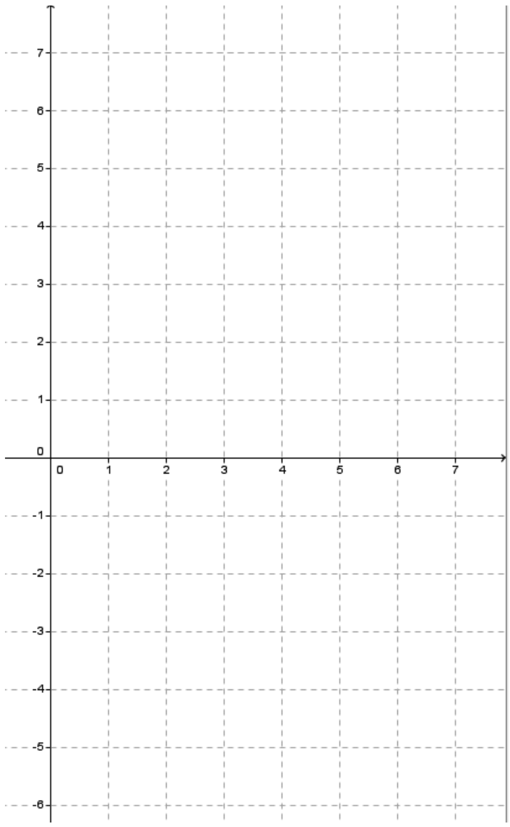
……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….



<u>Remarque :</u> Dans le cas d'une suite du type $u_n = f(n)$, il suffit de ne considérer que les points dont les abscisses sont des …………………. sur la courbe représentative de la fonction f sur $\mathbb{R}^+$.

III) Sens de variation d'une suite numérique

Définition 2 : Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n.

- ✓ On dit que (u_n) est **croissante** lorsque pour tout entier n, $u_{n+1} \geq u_n$,
- ✓ On dit que (u_n) est **décroissante** lorsque pour tout entier n, $u_{n+1} \leq u_n$,
- ✓ On dit que (u_n) est **constante** lorsque pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n$,

<u>Remarques :</u>

- Cette définition peut s'appliquer « à partir d'un certain rang ».
- Une suite croissante ou décroissante est dite ……………………………..

<u>Étude du sens de variation d'une suite :</u>

Pour étudier le sens de variation d'une suite, il suffit de ……………………… u_{n+1} et u_n.

Pour cela, on peut :

- Étudier le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$:

  <u>Exemple :</u> Etudier le sens de variation de la suite définie par $u_n = n^2 - n$.

  ………

  ………

❖ Étudier les variations de la fonction f lorsque $u_n = f(n)$, dans ce cas, on a le théorème suivant :

> **Théorème 1 :** (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = f(n)$, où f est une fonction définie sur $[0;+\infty[$.
> - ✓ Si f est croissante sur $[0;+\infty[$, alors la suite (u_n) est croissante,
> - ✓ Si f est décroissante sur $[0;+\infty[$, alors la suite (u_n) est décroissante.

<u>Exemple :</u> Etudier le sens de variation de la suite définie par $v_n = \dfrac{4-n}{n+3}$.

....

....

....

....

Attention : dans le cas où $u_{n+1} = f(u_n)$, le sens de variation de la suite (u_n) n'est pas donné par le sens de variation de la fonction *f*...