Chapitre 2 : Vecteurs - Colinéarité

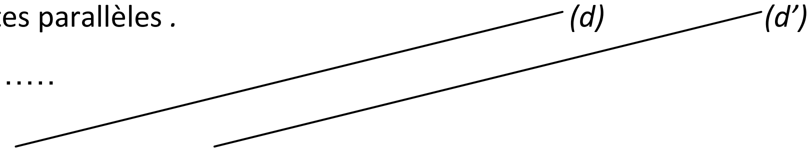
I) Vecteurs colinéaires

1) Définition et conséquence :

Définition 1 : Deux vecteurs non nuls sont **colinéaires** lorsqu'ils ont la même **direction**.

Exemple : Soient *(d)* et *(d')* deux droites parallèles .

....



Théorème 1 : Dire que deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** équivaut à dire qu'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

Remarque : le vecteur nul $\vec{0}$ est .... à tout vecteur.

Conséquence : dire que trois points *A*, *B* et *C* distincts deux à deux sont alignés équivaut à dire qu'il existe un réel k non nul tel que ....

2) Expression de la colinéarité par les coordonnées :

Théorème 2 : Dans un repère, les vecteurs $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont **colinéaires** si et seulement si $xy' - x'y = 0$.

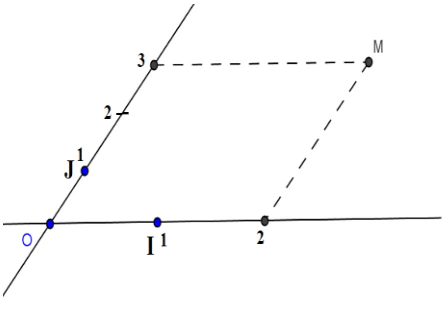
Exemple : les vecteurs $\vec{u}(2;-3)$ et $\vec{v}(-4;6)$ sont-ils colinéaires ?

....

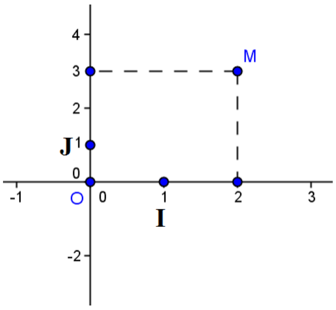
II) Expression d'un vecteur en fonction de deux vecteurs non colinéaires

1) Différents types de repères :

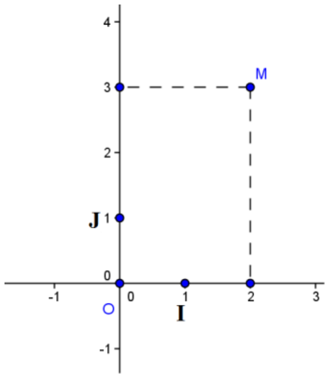
En 2nde, un repère du plan était noté (O, I, J). Il pouvait être orthonormal, orthogonal ou quelconque comme le montrent les croquis ci-dessous :



Un repère **quelconque** $(O;I;J)$



Un repère **orthogonal** $(O;I;J)$
$(OI) \perp (OJ)$

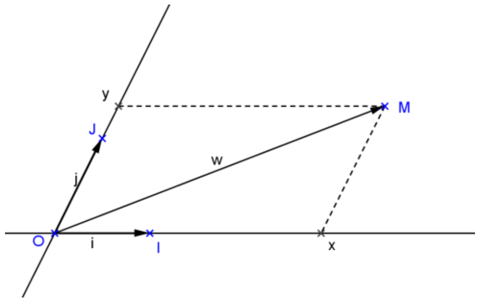


Un repère **orthonormé** $(O;I;J)$
$(OI) \perp (OJ)$ et OI= OJ

En posant $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$ on obtient deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ non ……………………..
Le choix d'un point *O* et des deux vecteurs non colinéaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$ permet donc de définir un …………
que l'on notera non pas (O, I, J) mais ………….
On en déduit :

Théorème 3 :
Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, un point *M* a pour coordonnées $(x; y)$ si et seulement si :

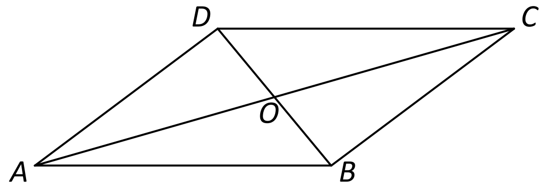
$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}\ .$$



2) Décomposition d'un vecteur en fonction de deux vecteurs non colinéaires

Théorème 4 : Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires. Alors, pour tout vecteur $\vec{w}$, il existe un unique couple $(x; y)$ de réels tels que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.
On dit que *x* et *y* sont les **coordonnées** de $\vec{w}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$.

Exemple : ABCD est un parallélogramme de centre O.
Exprimer $\overrightarrow{AO}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AD}$.
……………………………………………………
……………………………………………………

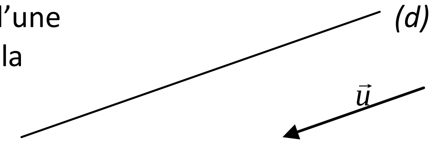


………………………………………………………………………………………………….

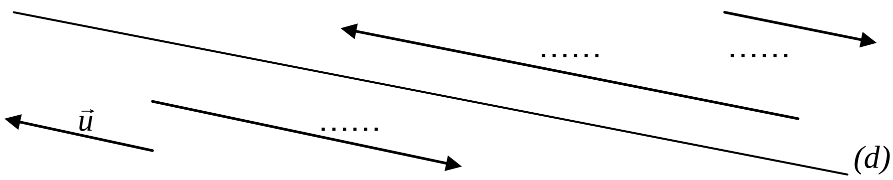
III) Équation cartésienne d'une droite

1) Vecteur directeur d'une droite

Définition 2 : On appelle vecteur directeur d'une droite *(d)*, tout vecteur non nul dont la **direction** est celle de *(d)*.



Conséquences : Une droite possède une …………… de vecteurs directeurs, mais ils sont tous ……… ………. et ………………… entre eux. Si $\vec{u}$ est un vecteur directeur d'une droite *(d)*, tout vecteur de la forme $k\vec{u}$ (*k* non nul), est aussi un …………… ………..……… de *(d)*.



Propriété 1 : Deux droites (*d*) et (*d'*) sont **parallèles** si et seulement si leurs vecteurs directeurs sont **colinéaires**.

2) Équation cartésienne d'une droite

> **Théorème 5 :** Toute droite *(d)* du plan admet une équation de la forme $ax+by+c=0$ où a, b et c sont trois nombres réels à déterminer.
> Cette équation est une **équation cartésienne** de la droite *(d)*.

<u>Exemple :</u> Donner une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par le point $A(1;4)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\left(3;-2\right)$?

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

> **Théorème 6 (réciproque) :** L'ensemble des points $M\left(x;y\right)$ vérifiant l'équation $ax+by+c=0$ (avec $(a;b)\neq(0;0)$) est une droite de vecteur directeur $\vec{u}\left(-b;a\right)$

<u>Exemple :</u> Donner un vecteur directeur de la droite d'équation $5x+4y-7=0$: ....

<u>Conséquence :</u> Dans le cas d'une droite sécante avec l'axe des ordonnées qui admet une équation réduite de la forme $y=mx+p$ où *m* est le .... de la droite et *p* est l'................... ... .
L'équation $y=mx+p$ s'écrit aussi .... , on en déduit un vecteur directeur : $\vec{u}\left(.....;.....\right)$.

<u>Remarque :</u> Les droites parallèles à l'axe des ordonnées n'ont pas de coefficient directeur et leur équation est de la forme $x=c^{ste}$.