Chapitre 3 : Probabilité (1ère partie)

I) Vocabulaire

1) Expérience aléatoire, éventualité, univers

Exemple : *(On utilisera cet exemple jusqu'à la fin du I).*
On lance un dé non truqué à 6 faces et on note le numéro de la face supérieure.

- Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat est une ………………………… …………………… , c'est à dire une expérience liée au hasard pouvant conduire à plusieurs issues, appelées …………………………
- L'ensemble de toutes les éventualités d'une expérience aléatoire est appelé ………………. On le note Ω.

Exemple : $\Omega = \{ \dots ; \dots ; \dots ; \dots ; \dots ; \dots \}$

2) Evénements

- Un …………………………… est une partie de l'univers. On définit souvent un événement par une phrase.

Exemple : Soit l'événement A : « Obtenir un nombre pair », alors $A = \{ \dots ; \dots ; \dots \}$

- Un événement ……………………… est un événement ne comportant qu'une seule éventualité.

Exemple : B : « Obtenir un multiple de 5 » est un événement élémentaire car $B = \{ \dots \}$

- Un événement ……………………… , noté $\varnothing$ est un événement qui ne se réalise jamais.

Exemple : C : « Obtenir 7 » est un événement impossible.

- La …………………… de deux événements A et B, noté $A \cup B$ est le « regroupement » de ces deux événements. On dit que l'on a A **ou** B.

Exemple : D : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 »
On a alors : $A \cup D = \{ \dots ; \dots ; \dots ; \dots \}$
Et $A \cup D$: « ………………………………………………………………………………………………………»

- L'………………………………… de deux évènements A et B, noté $A \cap B$ contient les éléments qui sont à la fois dans A et dans B. On dit que l'on a A **et** B.

Exemple : On a : $A \cap D = \{ \dots ; \dots \}$
et $A \cap D$: « ………………………………………………………………………………………………………»

- Deux évènements sont …………………………………… quand $A \cap B = \varnothing$

Exemple : A et B sont incompatible car …………………………………

- L'évènement …………………………… de A, noté $\overline{A}$, est composé des évènements élémentaires non contenus dans A.

Exemple : On a : $\overline{A} = \{ \dots ; \dots ; \dots \}$
et $\overline{A}$: « ……………………………………………………………………………………………… »

II) Calcul des probabilités

1) Loi de probabilité

Définition 1 : Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire.
Définir une **loi de probabilité** P sur Ω, c'est associer, à chaque événement élémentaire ω_i, des nombres $p_i \in [\,0\,;1\,]$ tels que :

$$\sum_i p_i = 1$$

Remarque : Les nombres p_i sont alors appelés ……………………………… . On note aussi : $p_i = p(\omega_i)$.

Principe fondamental : La probabilité d'un événement A, notée $p(\mathrm{A})$, est égale à la …………………… des probabilités des événements ……………………………… qui le composent.

Conséquences :

- $p(\Omega)=$ ………
- $p(\varnothing)=$ ………
- pour tout événement A, ………$\leq p(\mathrm{A}) \leq$………

Exemple : Soit un dé truqué dont les probabilités d'apparitions des faces sont données par le tableau suivant :

Issue ω_i	1	2	3	4	5	6
Probabilité $p(\omega_i)$	0,05	0,05	0,1	0,1	0,2	?

Quelle est la probabilité de l'événement A = "*obtenir un résultat inférieur ou égal à 4*" :
D'après le principe fondamental : $P(\mathrm{A})$ = ………………………………………………………… = ……
Calculer la probabilité d'obtenir 6 :
D'après la définition, ……………………………………………………………………… = ……, donc $P(\omega_6)$ = ……

Propriété 1 : Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire, P une loi de probabilité sur Ω, A et B des événements :

- ✓ $p(A)+p(\overline{A})=1$
- ✓ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$,
- ✓ Si A et B sont incompatibles, $p(A\cap B)=0$ et $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$.

Exemple : Dans une classe, 10% des élèves jouent d'un instrument à corde, 20% des élèves jouent d'un instrument à vent et 5% des deux instruments. On choisit un élève au hasard.
Quelle est la probabilité qu'il joue d'un instrument et quelle est la probabilité qu'il n'en joue pas?
Notons C : "l'élève joue d'un instrument à corde" et V : "l'élève joue d'un instrument à vent"

On a : p(C)=…… , p(V) = …… et p($C \cap V$)=……

D'après la propriété, on obtient : p($C \cup V$) = ……………………………………………… = …………………… = ……

De plus p($\overline{C \cup V}$) = ……………………………… = ……………… = ……

2) Equiprobabilité

Définition 2 : Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit qu'il y a **équiprobabilité** ou que la loi de probabilité est **équirépartie.**

Propriété 2 : Si la loi de probabilité P associée à une expérience aléatoire d'univers Ω est équirépartie, la probabilité d'un événement A est donnée par :

$$p(A)=\frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple : On tire au hasard une carte d'un jeu non truqué de 32 cartes et on note F : « tirer une figure». Calculer $p(\mathrm{F})$.

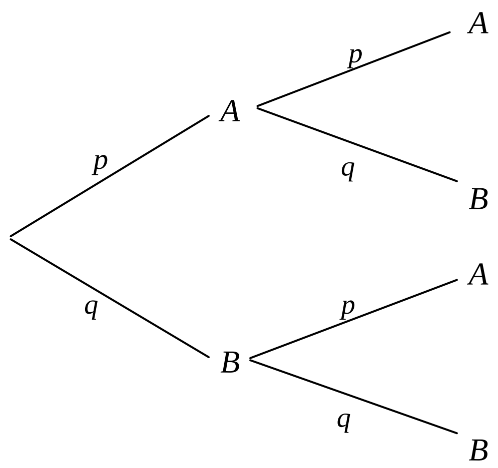
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

III) Arbre des probabilités

Exemple de situation où l'on réitère deux fois une expérience comportant deux issues A et B de probabilités respectives p et q. L'univers associé à cette situation comporte 4 issues :

$$\Omega = \{AA\ ;\ AB\ ;\ BA\ ;\ BB\}$$



Règle 1: La somme des probabilités des branches partant d'une même racine est toujours égale à …… .

Exemple : $p + q =$ ……

Règle 2: La probabilité d'un chemin est égale au ……………………… des probabilités des branches de ce chemin.

Exemple : la probabilité du chemin AB est : ……

Règle 3: La probabilité d'un événement est la ………………………… des probabilités des chemins correspondant à cet événement.

Exemple : La probabilité de l'événement "obtenir exactement une fois A" est : …………………………..