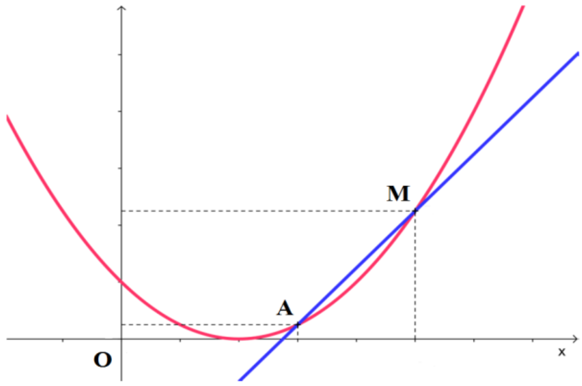
Chapitre 7 : Nombre dérivé et tangente

I) Taux d'accroissement

Définition 1 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un nombre de I.
A tout nombre h non nul et tel que $a+h \in I$, on peut associer le nombre $\tau(h) = \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ appelé **taux d'accroissement** de f entre a et $a+h$.



Interprétation graphique :
Soit A et M les points de la courbe représentative de la fonction de f d'abscisses respectives a et $a+h$.

Ainsi, on a : A(… ; ……) et M(…… ; …….).

Le coefficient directeur de la droite (AM) est :

…………………………………………………………………………

Donc le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$ est le …………………………… ……………………… de la droite (AM).

Exemple : Calculer le taux d'accroissement de la fonction $f(x) = x^2$ entre 1 et 1+h :

……

II) Nombre dérivé

Définition 2 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un nombre de I.
Soit h un réel non nul tel que $a+h \in I$.
On dit que f est **dérivable** en a lorsque le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$ tend vers un nombre réel quand h tend vers zéro.
Cette limite est notée $f'(a)$ et appelée **nombre dérivé** de f en a.

On a donc : $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$

Exemple 1 : Pour la fonction carré, le taux d'accroissement en 1 et 1+h est : ……………………..
Or $\lim\limits_{h \to 0}$ …………. = ……
Donc la fonction carré est ……………………….. en 1 et $f'(1)$ = ……

Exemple 2 : La fonction inverse est-elle dérivable en 2 ?

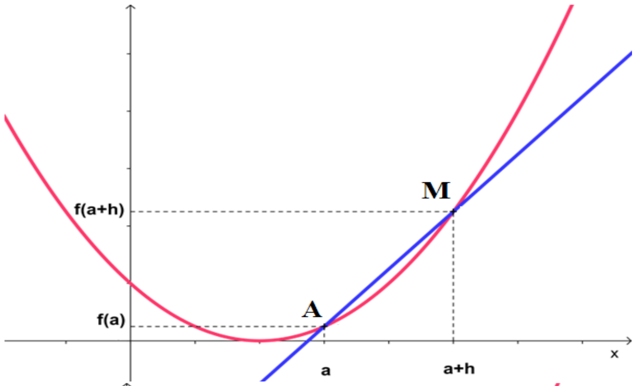
………

………

………

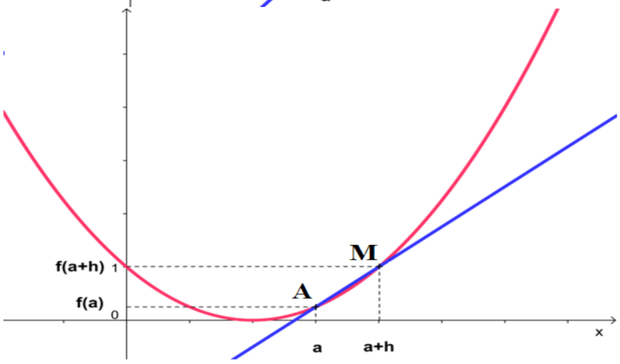
………

III) Tangente à une courbe

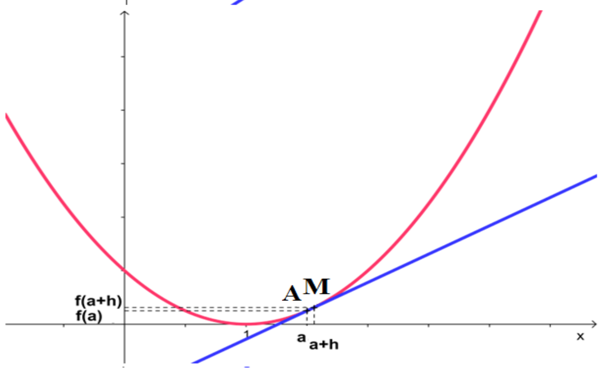


Soit f une fonction dérivable en a.

Soit A et M les points de la courbe représentative de la fonction de f d'abscisses respectives a et $a+h$.



Graphiquement, le fait que h tende vers 0 se traduit par le fait que le point …… se rapproche du point …… et la droite (AM) se rapproche de la ……………………… à la courbe Cf.



Le coefficient directeur de cette tangente est donné par la valeur limite du …………. …………………………… de f entre a et $a+h$ lorsque h tend vers 0.

C'est-à-dire le ……………… ………………… ………

Une équation de la tangente est donc de la forme …………………………

mais comme le point $M\left(a; f\left(a\right)\right)$ appartient à la tangente, on a : ………………………………

d'où ……………………………….

Finalement l'équation réduite de la tangente est : ……………………………………

C'est-à-dire : ……………………………………

Théorème : Soit f une fonction **<u>dérivable</u>** en a.
L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x-a)+f(a).$$

<u>Exemple :</u> Quelle est l'équation de la tangente à la courbe de la fonction inverse au point d'abscisse 2?

………

………

………