Chapitre 9 : Fonction dérivée

I) Dérivées des fonctions usuelles

Exemple : La fonction carrée définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$ est-elle dérivable en un nombre réel quelconque a ?

....

....

Pour tout nombre a, on associe le nombre dérivé de la fonction f égal à ....
On a donc défini sur $\mathbb{R}$ une fonction, notée $f\,'$ dont l'expression est $f\,'(x)=$....... .
Cette fonction s'appelle la fonction .... de f.

Définition : Si une fonction f est dérivable en tout point x_0 d'un intervalle I, on dit que f est **dérivable** sur I. L'application qui à tout x de I associe le nombre dérivé de f au point x est appelée **fonction dérivée** de f et se note $f\,'$.

Formules de dérivation des fonctions usuelles :

Fonction f	Dérivée $f\,'$	définie sur
$f(x)=k$ (constante)	$f\,'(x)=$......	...
$f(x)=ax+b$,	$f\,'(x)=$......	...
$f(x)=x^n$ $(n\geq 1)$	$f\,'(x)=$......	...
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$f\,'(x)=$......	...
$f(x)=\dfrac{1}{x^n}$ $(n\geq 1)$	$f\,'(x)=$......	...
$f(x)=\sqrt{x}$	$f\,'(x)=$......	....

Exemples :

- ✓ Soit $f(x)=-3x+7$ alors f est dérivable sur ...... et on a : $f\,'(x)=$............. .
- ✓ Soit $g(x)=x^4$ alors f est dérivable sur ...... et on a : $g\,'(x)=$............. .
- ✓ Soit $h(x)=\dfrac{1}{x^3}$ alors f est dérivable sur ...... et on a : $h'(x)=$............. .

Formules d'opération sur les fonctions dérivées :

Fonction	Fonction dérivée
$u+v$	………
ku (k est une constante)	………
uv	…………
u^n	…………
$\frac{1}{v}$	………
$\frac{u}{v}$	…………

Remarques : Si les fonctions u et v sont dérivables sur un intervalle I, alors :

- ❖ les fonctions $u+v$, ku, uv et u^n sont dérivables sur I.
- ❖ les fonctions $\frac{1}{v}$ et $\frac{u}{v}$ sont dérivables sur I où v ne s'annule pas sur I.

Exemples :

- ✓ Si $f(x)=x+\frac{1}{x}$ alors on a : $f'(x)=$.............
- ✓ Si $f(x)=3x^5$ alors on a : $f'(x)=$..............................
- ✓ Si $f(x)=2x^3-7x^2+6x-4$ alors on a : $f'(x)=$...
- ✓ Si $f(x)=x\sqrt{x}$ alors on a : $f'(x)=$...
- ✓ Si $f(x)=(4x-7)^3$ alors on a : $f'(x)=$...
- ✓ Si $f(x)=\frac{1}{2x-3}$ alors on a : $f'(x)=$............................
- ✓ Si $f(x)=\frac{3x+1}{2x-5}$ alors on a : $f'(x)=$...

II) Dérivées et sens de variation

1) Sens de variation

Théorème 1 : Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.

- ✓ Si, pour tout x de I, $\boldsymbol{f'(x) > 0}$, alors f est **strictement croissante** sur I.
- ✓ Si, pour tout x de I, $\boldsymbol{f'(x) < 0}$, alors f est **strictement décroissante** sur I.
- ✓ Si, pour tout x de I, $\boldsymbol{f'(x) = 0}$, alors f est **constante** sur I.

Exemple : Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2-x+3$. Dresser le tableau de variation de cette fonction et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé.