Nom : .... Classe : ......

Devoir commun de Première S

Épreuve : MATHÉMATIQUES

Lundi 8 décembre 2014
Durée : 2 heures

Les calculatrices ne sont pas autorisées pour l'exercice n°1 (Restitution Organisée des Connaissances). Le sujet est composé de 6 exercices indépendants. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes. La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Exercice n°1 (Restitution Organisée des Connaissances).

Faire **une** des deux démonstrations suivantes.

- ROC 1 : Démontrer que tout trinôme du second degré ax^2+bx+c avec $a\neq 0$ peut s'écrire sous la forme $a(x-\alpha)^2+\beta$ ou α et β sont des constantes réelles.
- ROC 2 : Démontrer que si X est une variable aléatoire d'espérance $E(X)$ alors pour tous réels a et b, $E(aX+b) = a\,E(X) + b$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Devoir commun de Première S

Épreuve : MATHÉMATIQUES

Exercice n°2

Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$.

1) $x^2 - 6x + 7 > 0$

2) $\dfrac{3x-1}{4x+7} \leq \dfrac{2x-3}{5-x}$

Exercice n°3

ABCD est un parallélogramme. E et F sont les points définis par :

$$\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} \text{ et } \overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

Les droites *(DF)* et *(BE)* se coupent en I. On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

1) Faire une figure.
2) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, E et F *(justifier vos réponses)*.
3) Montrer que les points A, E et F sont alignés.
4) Déterminer une équation de la droite *(DF)*.
5) Déterminer une équation de la droite *(BE)*.
6) Calculer les coordonnées du point I.

Exercice n°4

Une urne contient six boules : deux rouges *(R)*, trois noires *(N)* et une blanche *(B)*, indiscernables au toucher. On tire successivement **sans remise** deux boules dans l'urne.

On appelle résultat, un couple dont le premier élément est la couleur de la boule obtenue au premier tirage, et le second élément celle obtenue au second tirage.

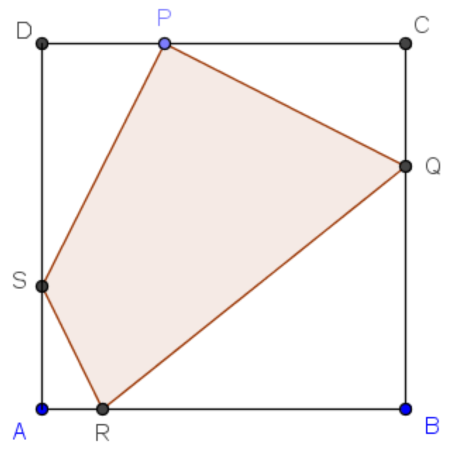
On convient de la règle de jeu suivante, associée au tirage précédent :

- ✓ pour chaque boule rouge tirée, le joueur perd 5 euros ;
- ✓ pour chaque boule noire tirée, le joueur perd 10 euros ;
- ✓ pour chaque boule blanche tirée, le joueur gagne 20 euros.

On désigne par X la variable aléatoire qui à tout tirage associe le gain (positif ou négatif) du joueur. Par exemple, pour le tirage *(R;N)* le gain est de –15 euros.

1) Faire un arbre.
2) Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
3) Montrer que $p(X = -15) = \dfrac{2}{5}$.
4) Donner la loi de probabilité de X.
5) Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable X. Interpréter ce résultat.

Exercice n°5 :



ABCD est un carré de côté **6**.

P est un point de [DC], Q un point de [BC] et S un point de [AD] tel que DP = CQ = AS .

R est un point de [AB] tel que AR = 1.

On note x la longueur DP.

1) Quelles sont les valeurs possibles pour x.

2) Montrer que la somme des aires des triangles SDP et PCQ est égale à : $6x - x^2$.

3) Déterminer, en fonction de x, les aires des triangles SAR et RBQ.

4) Montrer que l'aire $\mathcal{A}(x)$ du quadrilatère PQRS peut s'écrire : $\mathcal{A}(x) = x^2 - 4x + 21$.

5) Dresser le tableau de variation de $\mathcal{A}(x)$ sur [0 ; 6].

6) En déduire pour quelle valeur de x l'aire du quadrilatère PQRS est-elle minimale ?

Exercice n°6

Dans cet exercice, on se propose de résoudre l'équation **(E)** :

$$2x^4 - 9x^3 + 8x^2 - 9x + 2 = 0$$

1) a) 0 est-il solution de **(E)** ?

   b) Démontrer que **(E)** équivaut à :

$$2x^2 - 9x + 8 - \frac{9}{x} + \frac{2}{x^2} = 0 \quad \textbf{(E')}$$

2) Pour tout réel x non nul, on pose $X = x + \frac{1}{x}$.

   a) Montrer que l'équation **(E')** revient à :

$$2X^2 - 9X + 4 = 0$$

   b) Résoudre : $2X^2 - 9X + 4 = 0$

3) En déduire les solutions de **(E)**.