Correction du Devoir Commun n°3 des 1$^{\text{ères}}$S

Exercice 1 :

Partie A : 1) a 2) b 3) a 4) b

Partie B :

1) $D_f = \mathbb{R}_*$

2) Taux d'accroissement :

$$\tau(h) = \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{3 - \frac{1}{2+h} - \left(3 - \frac{1}{2}\right)}{h} = \frac{\frac{3(2+h)-1}{2+h} - \frac{5}{\text{¿}}}{h} = \left(\frac{6+3h-1}{2+h} - \frac{5}{2}\right) \times \frac{1}{h}$$

$$\tau(h) = \frac{2(5+3h) - 5(2+h)}{2(2+h)} \times \frac{1}{h} = \frac{10+6h-10-5h}{2h(2+h)} = \frac{h}{2h(2+h)} = \frac{1}{2(2+h)}$$

3) $f'(2) = \lim\limits_{h \to 0} \tau = \frac{1}{2(2+0)} = \frac{1}{4}$

Equation de la tangente à (C) au point d'abscisse 2 :

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$y = \frac{1}{4}(x-2) + 3 - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{4}x + 2$$

Partie C

1) et 2)

x	-2		0		1
x^2	4	↘	0	↗	1
$-3x^2$	-12	↗	0	↘	-3
$-3x^2+5$	-7	↗	5	↘	2

u et ku ont des sens de variation contraires car $k < 0$

u et u + k ont même sens de variation

Exercice 2 :

Série	Q_1	Médiane	Q_3	Ecart Interquartile	Etendue	Moyenne	Ecart-type
A	1	2,5	6	5	11	2,91	2,79
B	1	2	5	4	10	3	2,61

série B :

Temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Effectif	25	22	18	15	10	11	9	7	5	3	1	126
Effectifs cumulés croissants	25	47	65	80	90	101	110	117	122	125	126	

Q_1 : $\frac{1}{4} \times 126 = 31{,}5$; Q_1 est la 32$^{\text{ème}}$ valeur, c'est-à-dire Q_1=1 minute

M_e est la 63, 5$^{\text{ème}}$ valeur, c'est-à-dire M_e=2 minutes

Q_3 : $\frac{3}{4}\times 126=94{,}5$;Q_3 est la 95ème valeur, c'est-à-dire Q_3=5 minutes

$Q_3 - Q_1 = 5 - 1 = 4$ minutes

$$\bar{x}=\frac{25\times 0+22\times 1+18\times 2+15\times 3+10\times 4+11\times 5+9\times 6+7\times 7+5\times 8+3\times 9+1\times 10}{126}=\frac{378}{126}=3$$

Variance :

$$V=\frac{25\times 0^2+22\times 1^2+18\times 2^2+15\times 3^2+10\times 4^2+11\times 5^2+9\times 6^2+7\times 7^2+5\times 8^2+3\times 9^2+1\times 10^2}{126}-3^2=\frac{430}{63}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{430}{63}}\approx 2{,}61$$

Partie B

1) En moyenne, le temps d'attente est inférieur dans la station A, donc c'est cette station qui peut faire remonter le plus de skieurs en une journée.

2) La Médiane de la station B est de 2 minutes ce qui correspond à un temps d'attente « court ». Donc dans cette station, au moins la moitié des attentes sont courtes, ce qui n'est pas le cas de la station A (M_e = 2,5 minutes).

3) Dans la station A, Q_3= 6 minutes donc dans cette station A au moins 25% des cas sont des attentes longues.

<u>Exercice 3 :</u>

1) voir figure

2)a) $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$

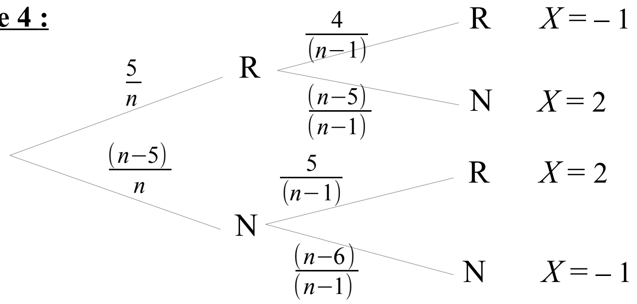
c) Dans le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$, on a $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}-1\\\frac{4}{3}\end{pmatrix}$

Les vecteurs sont colinéaires si $xy'-x'y=0$

$\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}-(-1)\times(-1)=1-1=0$ alors les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont colinéaires donc (CE) // (BF) .

<u>Exercice 4 :</u>

1)



2) $p(A)=\frac{5}{n}\times\frac{4}{(n-1)}=\frac{20}{n^2-n}$

3)a) X peut prendre les valeurs – 1 et 2 (voir l'arbre précédent)

$$P(X=-1)=\frac{20}{n^2-n}+\frac{(n-5)}{n}\times\frac{(n-6)}{(n-1)}=\frac{20+n^2-6n-5n+30}{n^2-n}=\frac{n^2-11n+50}{n^2-n}$$

$$P(X=2)=\frac{5}{n}\times\frac{n-5}{n-1}+\frac{n-5}{n}\times\frac{5}{n-1}=\frac{5n-25}{n^2-n}+\frac{5n-25}{n^2-n}=\frac{10n-50}{n^2-n}$$

Loi de probabilité de X :

$X=x_i$	- 1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{n^2-11n+50}{n^2-n}$	$\frac{10n-50}{n^2-n}$

b) $E(X)=-1\times\frac{n^2-11n+50}{n^2-n}+2\times\frac{10n-50}{n^2-n}=\frac{-n^2+11n-50+20n-100}{n^2-n}=\frac{-n^2+31n-150}{n^2-n}$

4) Le jeu est équitable lorsque $E(X)$=o, c'est-à-dire $\dfrac{-n^2+31n-150}{n^2-n}=0$. Cela revient à résoudre

$-n^2+31n-150=0$ avec $n^2-n\neq 0$ c'est-à-dire $n(n-1)\neq 0$ soit $n\neq 0$ et $n\neq 1$

$\Delta=31^2-4\times(-1)\times(-150)=361$

donc 2 solutions réelles :

$n_1=\dfrac{-31-\sqrt{361}}{-2}=25$ $\qquad n_2=\dfrac{-31+\sqrt{361}}{-2}=6$

Il faut choisir 6 boules ou 25 boules pour que le jeu soit équitable.

Exercice 5 :

$(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DE})=\dfrac{\pi}{4}$ $\qquad (\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{CA})=\dfrac{3\pi}{4}$ $\qquad (\overrightarrow{CE}\,;\overrightarrow{DC})=-\dfrac{\pi}{2}$

Exercice 6 :

Si AC = x alors BC = 20 – x. Le triangle ABC est rectangle si et seulement si : AC²+BC² =AB² c'est-à-dire :

$x^2+(20-x)^2=13^2$

$x^2+400-40x+x^2-169=0$

$2x^2-40x+231=0$ $\qquad \Delta=(-40)^2-4\times 2\times 231=-248<0$

Pas de solutions réelles donc il est impossible de tendre la ficelle de manière à ce que le triangle ABC soit rectangle en C.