

DEVOIR DE MATHEMATIQUES A LA MAISON N°1

Devoir à rendre pour le lundi 8 septembre 2014

Historiquement, les nombres ont servi à compter puis à mesurer. Mesurer a conduit les hommes à élaborer au fil du temps différents types de nombres : entiers, rationnels, irrationnels, décimaux...

Pour chacune des questions, vous indiquerez les différents types de nombres obtenus au résultat.

On considère la figure ci-contre ; l'unité de mesure est le centimètre. Le triangle OBE est rectangle en O.

Les points O, F et B sont alignés, ainsi que les points O, D, A et E. La droite (DF) est parallèle à la droite (AB).

H est le pied de la hauteur issue de O dans le triangle OAB.

On donne :

OA = 6 ; OB = OE = 8 et OD = 4.

1. Réaliser la figure en vraie grandeur.
2. Calculer la valeur exacte de AB.

J'applique le **théorème de Pythagore** dans le triangle ABO rectangle en O :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$AB^2 = 6^2 + 8^2 \quad \text{d'où } AB^2 = 36 + 64 \quad \text{et } AB^2 = 100$$

On a donc $AB = \sqrt{100} = 10 \rightarrow$ c'est un nombre entier.

3. Calculer les valeurs exactes de OF et de DF.

Les droites (BF) et (AD) sont sécantes en O. Les droites (DF) et (AB) sont **parallèles**. D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{OF}{OB} = \frac{OD}{OA} = \frac{DF}{AB} \quad \text{en remplaçant, on obtient : } \frac{OF}{8} = \frac{4}{6} = \frac{DF}{10}$$

On en déduit : $OF = \frac{4 \times 8}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$ et $DF = \frac{4 \times 10}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \rightarrow$ ce sont des nombres rationnels.

4. a. Calculer l'aire du triangle OAB.

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{c'est un nombre entier.}$$

- b. Exprimer cette aire en fonction de OH ; en déduire que OH = 4,8.

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AB \times OH}{2} = \frac{10 \times OH}{2} = 5 \times OH$$

d'où $5 \times OH = 24$ et donc $OH = \frac{24}{5} = 4,8 \rightarrow$ c'est un nombre décimal.

5. Calculer les valeurs exactes de AH, de BD puis de EB.

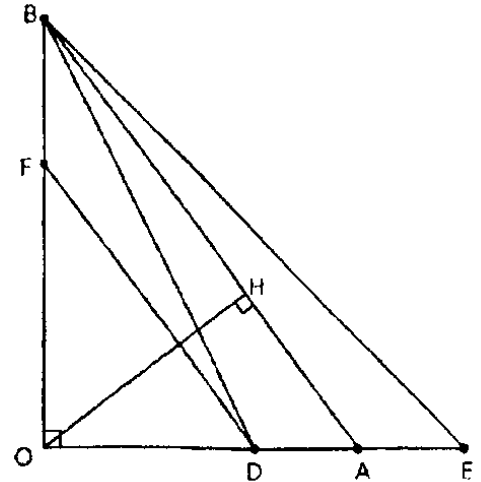
➤ J'applique le **théorème de Pythagore** dans le triangle AHO rectangle en H :

$$OA^2 = AH^2 + OH^2$$

$$6^2 = AH^2 + 4,8^2$$

$$36 = AH^2 + 23,04 \quad \text{d'où } AH^2 = 36 - 23,04 \quad \text{et } AH^2 = 12,96$$

On a donc $AH = \sqrt{12,96} = 3,6 \rightarrow$ c'est un nombre décimal.



- J'applique le **théorème de Pythagore** dans le triangle OBD rectangle en O :

$$BD^2 = OB^2 + OD^2$$

$$BD^2 = 8^2 + 4^2 \quad \text{d'où} \quad BD^2 = 64 + 16 \quad \text{et} \quad BD^2 = 80$$

On a donc $BD = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5} \rightarrow$ c'est un nombre *irrationnel*.

- J'applique le **théorème de Pythagore** dans le triangle OEB rectangle en O :

$$EB^2 = OE^2 + OB^2$$

$$BD^2 = 8^2 + 8^2 \quad \text{d'où} \quad BD^2 = 64 + 64 \quad \text{et} \quad BD^2 = 128$$

On a donc $BD = \sqrt{128} = \sqrt{64 \times 2} = 8\sqrt{2} \rightarrow$ c'est un nombre *irrationnel*.