Correction

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $[-3;5]$ par $f(x) = -x^2 + x + 6$.

① Par lecture graphique :

- $f(0) = 6$
- l'image de 3 par f vaut 0
- les antécédents de 4 par f sont -1 et 2
- les antécédents de 8 par f n'existent pas
- l'antécédent de -14 par f est 5
- l'ordonnée du point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 4 est -6
- les solutions de l'équation $f(x) = -6$ sont -3 et 4

② Le calcul de l'image de $\frac{1}{2}$ par f :

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 6$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{24}{4}$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{4}$$

③ Montrer que pour tout x de $[-3\,;\,5]$, $f(x) = (3-x)(x+2)$.

Nous développons l'expression de droite :
$(3-x)(x+2) = 3x + 6 - x^2 - 2x$
$(3-x)(x+2) = -x^2 + x + 6$
C'est l'expression de $f(x)$ donc l'égalité est démontrée

④ Calculer algébriquement les antécédents de 0 par f.

Cela revient à résoudre l'équation $f(x) = 0$. Nous choisissons l'expression précédente qui nous présente une équation produit que nous savons résoudre en appliquant la propriété : *si un produit est nul alors l'un de ses facteurs est nul.*
$(3-x)(x+2) = 0$ donc soit $3 - x = 0$, soit $x + 2 = 0$. Dans le premier cas $x = 3$ et dans le second $x = -2$. L'équation $f(x) = 0$ admet donc deux solutions qui sont -2 et 3.

Exercice 2

Une fonction f est donnée par son tableau de valeurs :

Par lecture du tableau :

image de :	$3,5$	$-1,1$	$-1,2$	$-2,4$
réponse	$-3,2$	$-6,3$	$-5,3$	$-1,9$

Une fonction g est donnée par son tableau de valeurs :

Par lecture du tableau :

antécédent(s) de :	71	173	-4	78
réponse :	161	35	123 153	108

Exercice 3

Dans tout l'exercice, f est une fonction et $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère du plan.

- 2 est l'image de 3 par f
- 2 n'a pour image 3 par f
- 2 n'est pas un antécédent de 3 par f
- 2 a un antécédent par f
- le point de coordonnées (2 ; 3) n'est pas un point de $\mathcal{C}$
- 2 est l'ordonnée d'un point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 3

Puis :

- l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution
- 12 admet deux antécédents par f
- l'image de -1 par f est 4
- le point $A(2; 7)$ est un point de $\mathcal{C}$
- $\mathcal{C}$ ne coupe pas l'axe des abscisses
- $f\left(-\dfrac{2}{3}\right) \neq \dfrac{30}{9}$

Exercice 3

On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$.

① L'ensemble de définition de la fonction f est $D_f = [-2\,;\,1]$

② L'image de 1 par f est 4 et l'image de -2 par f est 7.

③ $f(0) = -1$ $\qquad$ $f(-1) = 0$

④ Un antécédent de 7 de par f est -2.

⑤ (a) $S = \{-1\,;\,0,3\}$

(b) $S = [-1\,;\,0,3]$

(c) $S = \{-0,6\,;\,0\}$

⑥ A l'aide du graphique, dresser le tableau de variations de f.

x	-2		$-0,3$		1
variations de f	7	$\searrow$	$-1,2$	$\nearrow$	4

⑦ Voir fin de l'exercice

⑧ Graphiquement les valeurs de x tels que $f(x) = g(x)$ sont $x = -1$ et $x = 1$.

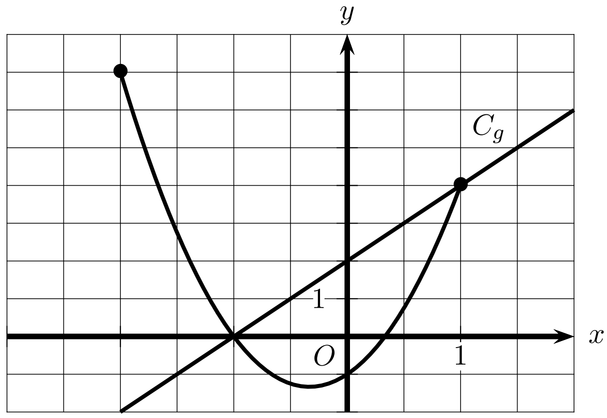
⑨ Soit $x \in \mathbb{R}$,
$(x+1)(3x-1) = x \times 3x + x \times (-1) + 1 \times 3x + 1 \times (-1) = 3x^2 - x + 3x - 1 = 3x^2 + 2x - 1 = f(x)$

⑩ Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}
f(x) = g(x) &\iff (x+1)(3x-1) = 2x+2\\
&\iff (x+1)(3x-1) = 2(x+1)\\
&\iff (x+1)(3x-1) - 2(x+1) = 2(x+1) - 2(x+1)\\
&\iff (x+1)(3x-1) - 2(x+1) = 0\\
&\iff (x+1)[(3x-1) - 2] = 0\\
&\iff (x+1)(3x-1-2) = 0\\
&\iff (x+1)(3x-3) = 0\\
&\iff x+1 = 0 \quad ou \quad 3x - 3 = 0\\
&\iff x = -1 \quad ou \quad x = 1
\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont :

$$S = \{-1\,;\,1\}$$



y
x
C_g
1
O
1