Exercice 1

Soit f la fonction f telle que $f(x) = 2x + 3$.

①

- $\star$ $f(0) = 2 \times 0 + 3 = 3$
- $\star$ $f(5) = 2 \times 5 + 3 = 13$
- $\star$ $f(0,5) = 2 \times 0,5 + 3 = 4$
- $\star$ $f(-0,5) = 2 \times (-0,5) + 3 = 2$
- $\star$ $f(\sqrt{2}) = 2 \times \sqrt{2} + 3 = 2\sqrt{2} + 3$

②

$\star$ chercher le réel x qui a pour image 5 par f revient à résoudre l'équation $f(x) = 5$.
$f(x) = 5 \iff 2x + 3 = 5 \iff 2x = 2 \iff x = 1$.
L'antécédent de 5 par la fonction f est 1.

$\star$ chercher le réel x qui a pour image 0 par f revient à résoudre l'équation $f(x) = 0$.
$f(x) = 0 \iff 2x + 3 = 0 \iff 2x = -3 \iff x = -\dfrac{3}{2}$.
L'antécédent de 0 par la fonction f est $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 2

On considère les quatre fonctions f, g, h et r définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = \dfrac{3x-4}{2}$ $\qquad$ $h(x) = \dfrac{1}{2}(-x-4)$

$g(x) = \dfrac{1}{5}(10x+20)$ $\qquad$ $r(x) = \dfrac{2x-5}{3} + \dfrac{3x-4}{2}$

①

$\star$ $f(x) = \dfrac{3x-4}{2} = \dfrac{3x}{2} - \dfrac{4}{2} = \dfrac{3}{2}x - 2$. $\qquad m = \dfrac{3}{2}$ et $p = -2$.

$\star$ $g(x) = \dfrac{1}{5}(10x+20) = \dfrac{1}{5} \times 10x + \dfrac{1}{5} \times 20 = 2x + 10$. $\qquad m = 2$ et $p = 10$.

$\star$ $h(x) = \dfrac{1}{2}(-x-4) = \dfrac{1}{2} \times (-x) + \dfrac{1}{2} \times (-4) = -\dfrac{1}{2}x - 2$. $\qquad m = -\dfrac{1}{2}$ et $p = -2$.

$\star$
$$\begin{aligned} r(x) &= \frac{2x-5}{3} + \frac{3x-4}{2} = \frac{(2x-5)\times 2}{3\times 2} + \frac{(3x-4)\times 3}{2\times 3} \\ &= \frac{4x-10}{6} + \frac{9x-12}{6} = \frac{4x-10+9x-12}{6} \\ &= \frac{13x-22}{6} = \frac{13x}{6} - \frac{22}{6} \\ &= \frac{13}{6}x - \frac{11}{3} \qquad m = \frac{13}{6} \quad et \quad p = -\frac{11}{3} \end{aligned}$$

② Pour classer les fonctions affines selon leur monotonie, il suffit de regarder le signe du taux de variation (coefficient directeur).
$\star$ f, g et r ont des taux de variation strictement positifs, les fonctions sont donc strict. croissantes sur $\mathbb{R}$.
$\star$ h a un taux de variation strictement négatif, la fonction h est donc strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

On considère les quatre fonctions f, g, h et r définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = 2x - 3$

$h(x) = 5x - 1$

$g(x) = -8x$

$r(x) = -3x + \sqrt{2}$

①

⋆ $f(x) = 2x + 3$. On commence par repérer : $m = 2$ et $p = 3$.

⋆ $m = 2 > 0$ donc la fonction est d'abord négative puis positive

⋆ $-\dfrac{p}{m} = -\dfrac{3}{2}$

D'où le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
signes de $2x+3$		$-$	0	$+$	

②

⋆ $g(x) = -8x$. On commence par repérer : $m = -8$ et $p = 0$.

⋆ $m = -8 < 0$ donc la fonction est d'abord positive puis négative.

⋆ $-\dfrac{p}{m} = -\dfrac{0}{-8} = 0$

D'où le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signes de $-8x$		$+$	0	$-$	

③

⋆ $h(x) = 5x + 1$. On commence par repérer : $m = 5$ et $p = 1$.

⋆ $m = 5 > 0$ donc la fonction est d'abord négative puis positive

⋆ $-\dfrac{p}{m} = -\dfrac{1}{5}$

D'où le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		$+\infty$
signes de $5x+1$		$-$	0	$+$	

④

⋆ $r(x) = -3x + \sqrt{2}$. On commence par repérer : $m = -3$ et $p = \sqrt{2}$.

⋆ $m = -3 < 0$ donc la fonction est d'abord positive puis négative.

⋆ $-\dfrac{p}{m} = -\dfrac{\sqrt{2}}{-3} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

D'où le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$\frac{\sqrt{2}}{3}$		$+\infty$
signes de $2x+3$		$+$	0	$-$	

Exercice 4

Représenter graphiquement la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 \quad pour \quad x < -2 \\ -3 \quad pour \quad x \in [-2\ ;\ 2] \\ -x-1 \quad pour \quad x > 2 \end{cases}$$

f est une fonction affine définie par intervalles (ou par morceaux) :

① pour tout $x \in]-\infty; -2[$, f est définie par $f_1(x) = 2x+1$

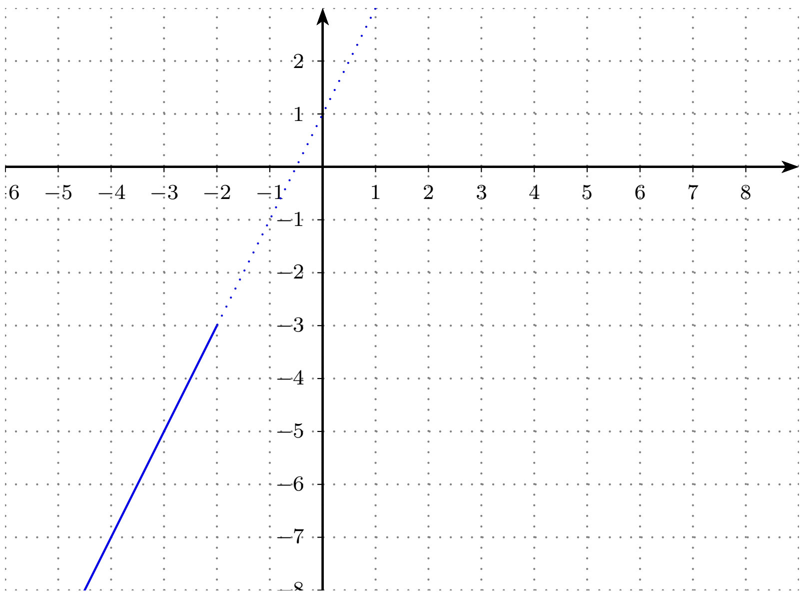
② pour tout $x \in [-2; 2]$, f est définie par $f_2(x) = -3$

③ pour tout $x \in]2; +\infty[$, f est définie par $f_3(x) = -x-1$

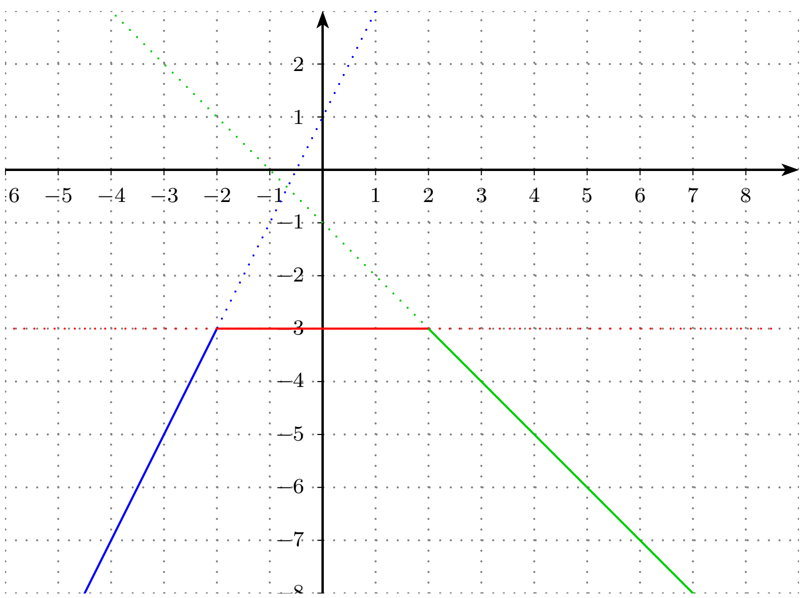
Il convient alors de tracer la représentation graphique des fonctions , et définies sur leur intervalle respectif.

Dans un premier temps, en pointillés, la droite représentative de la fonction f_1 et repassons dans un second temps en bleu les points de la droite pour lesquels $x \in]-\infty; -2[$.

On obtient alors :



On réitère le procédé avec les fonctions f_2 et f_3 sur chacun des intervalles sur lesquels elles sont définies, on obtient alors :



En conclusion, on obtient la représentation graphique de la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 \quad pour \quad x < -2 \\ -3 \quad pour \quad x \in [-2\ ;\ 2] \\ -x-1 \quad pour \quad x > 2 \end{cases}$$