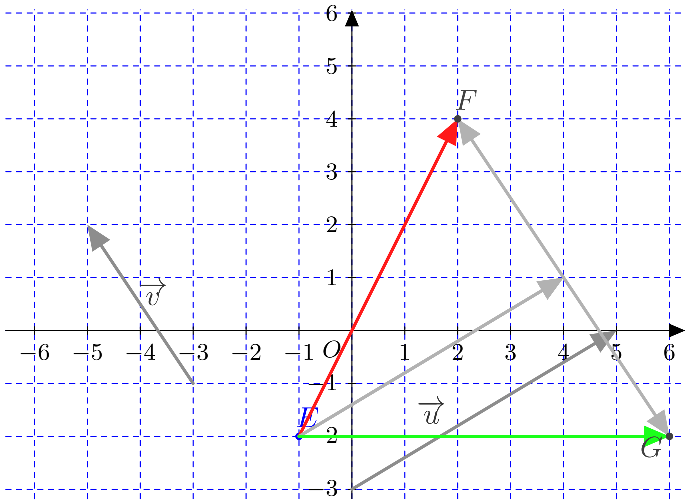
Correction

Exercice 1

On considère les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ainsi que le point E dans le repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$



$\overrightarrow{EF}$ est en rouge et $\overrightarrow{EG}$ en vert.

Exercice 2

Soit $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ un repère orthonormé du plan. On note $M\,(-10\,;\,1)$ et $I\,(5\,;\,-9)$.
On appelle N le symétrique de M par rapport à I.

En nous repérant avec un schéma, on a : $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IN}$.
On pose $N(x_N; y_N)$.
On calcule :

- $\star$ $\overrightarrow{MI}\begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5-(-10) \\ -9-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \end{pmatrix}$
- $\star$ $\overrightarrow{IN}\begin{pmatrix} x_N - x_I \\ y_M - y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_N - 5 \\ y_N + 9 \end{pmatrix}$

D'où $\begin{pmatrix} 15 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_N - 5 \\ y_N + 9 \end{pmatrix}$, nous obtenons alors le système suivant :

$$\begin{cases} 15 = x_N - 5 \\ -10 = y_N + 9 \end{cases} \iff \begin{cases} 15 + 5 = x_N \\ -10 - 9 = y_N \end{cases} \iff \begin{cases} 20 = x_N \\ -19 = y_N \end{cases}$$

$\boxed{N\,(20\,;\,-19)}$

Exercice 3

Dans un repère donné, on considère les points $A\,(2\,;\,-3)\,, B\,(7\,;\,1)$ et $C\,(0\,;\,1)$.

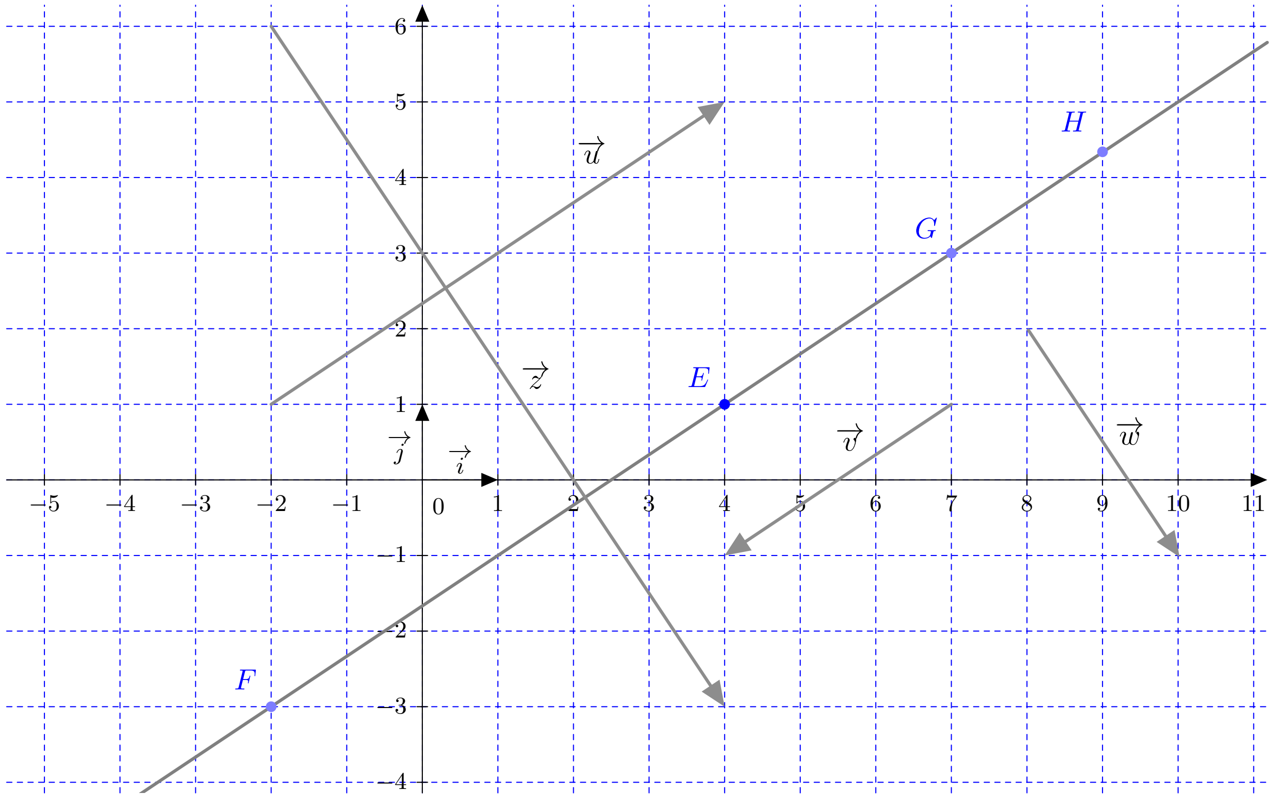
En nous aidant d'un schéma nous posons : ACDB parallélogramme $\iff \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

On raisonne comme dans l'exercice précédent.

Nous obtenons alors : $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - 7 \\ y_D - 1 \end{pmatrix}$. D'où $\boxed{D\,(5\,;\,5)}$.

Exercice 4

On considère les vecteurs et les point suivants dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$



① (a) On rappelle que des vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction (i.e. les droites formées par l'origine et l'extrémité de chaque vecteur sont parallèles).
Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires de même que les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{z}$ sont colinéaires.

(b) On admet que : $H(9; \dfrac{13}{3})$.
On lit $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix}-2\\-\frac{4}{3}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$.

On a: $\vec{u}$ =- 2 $\vec{v}$ car 6 = -2 x (-3) et 4 = -2 x (-2) donc ils sont colinéaires.

②
- $\vec{v} = -\dfrac{1}{2}\vec{u}$
- $\overrightarrow{FG} = 3\,\overrightarrow{EG}$
- $\overrightarrow{EG} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{EF}$
- $\overrightarrow{HG} = \dfrac{2}{6}\overrightarrow{EF} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{EF}$

Exercice 5

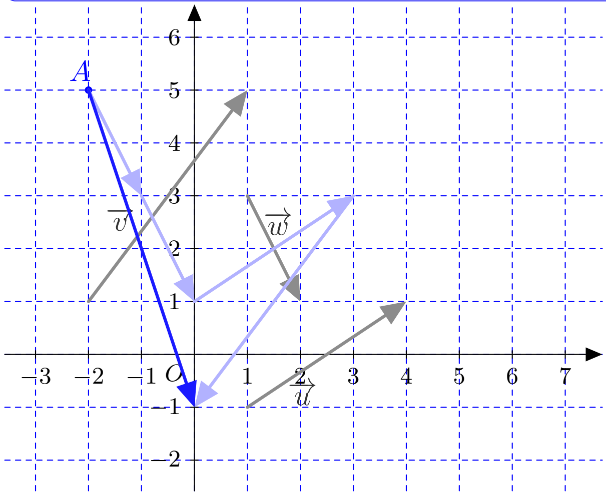
Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, les points A, B et C ont comme coordonnées respectives $(-3\,;\,-5)$, $(7\,;\,-3)$ et $(17\,;\,-1)$

Nous calculons les coordonnées de deux vecteurs formés à partir de ces trois points :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}10\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}20\\4\end{pmatrix}$. De façon évidente ces coordonnées sont proportionnelles donc les vecteurs sont colinéaires et par conséquent les droites (AB) et (AC) sont parallèles... Les points A, B et C sont donc alignés.

Exercice 6

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère la figure suivante :



① $\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$:

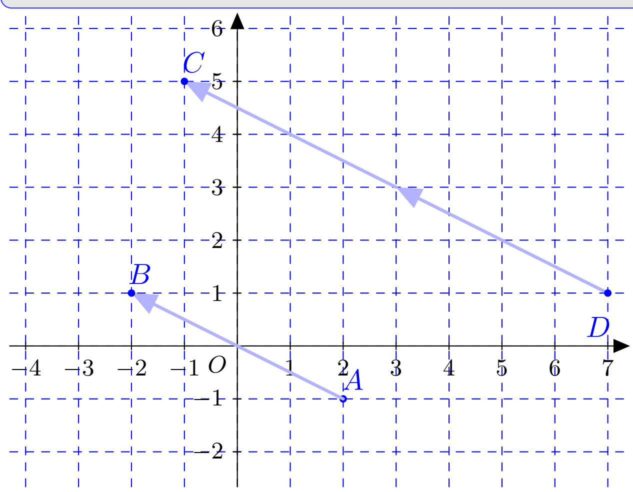
$$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} + 2 \times \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$$

② $\overrightarrow{AB} = \vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$

donc $\begin{pmatrix}x+2\\y-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$ donc $B\,(0\,;\,-1)$.

Exercice 7

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère la figure suivante :



① $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-1-x_D\\5-y_D\end{pmatrix}$ et $2\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $2\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-8\\4\end{pmatrix}$

D'où : $\begin{pmatrix}-1-x_D\\5-y_D\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-8\\4\end{pmatrix}$ donc $D\,(7\,;\,1)$ (même méthode ex 2)

② Les vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, donc $(DC)//(AB)$ donc ABCD est un trapèze.