Exercice 1

A la rentrée scolaire on fait une enquête auprès de 140 élèves de seconde d'un lycée.
On sait que parmi ces élèves :
- 20% ont 15 ans ;
- $\frac{1}{7}$ ont 17 ans ;
- les autres ont 16 ans.

Ces élèves utilisent comme sac de cours, soit un sac à dos, soit un sac à bandoulière. On sait que :
- 80 élèves ont acheté un sac à dos, et le quart d'entre eux ont 15 ans ;
- aucun élève de 17 ans a un sac à bandoulière.

Avant tout, nous devons préciser l'univers associé à l'expérience.
$\Omega = \{$ensemble des 140 élèves de seconde du lycée $\}$.
On est en situation d'équiprobabilité.

① L'énoncé nous dit « 80 élèves ont acheté un sac à dos, et le quart d'entre eux ont 15 ans » ; il faut donc faire $80 \times \frac{1}{4} = 20$. Il y a 20 élèves ayant 15 ans et un sac à dos.

②

	15 ans	16 ans	17 ans	**total**
sac à dos	20	40	20	80
sac à bandouillère	8	52	0	60
total	28	92	20	**140**

③ (a) Un événement certain a une probabilité égale à 1, l'événement $S \cup \bar{S}$: « L'élève a un sac à dos ou sac en bandoulière » est un événement certain, $p(S \cup \bar{S}) = 1$.
Un événement impossible a une probabilité égale à 0, l'événement $D \cap \bar{S}$: « L'élève a 17 ans et un sac en bandoulière » est un événement impossible, $p(D \cap \bar{S}) = 0$.

(b)
- d'après le tableau ci-dessus on a $p(S) = \frac{80}{140} = \frac{4}{7}$
- d'après le tableau ci-dessus on a $p(D) = \frac{20}{140} = \frac{1}{7}$
- d'après le tableau ci-dessus on a $p(Q) = \frac{28}{140} = \frac{1}{5}$

(c) $\overline{Q}$: « L'élève n'a pas 15 ans »
$p(\overline{Q}) = 1 - p(Q) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

(d) « *l'élève a 15 ans et un sac à dos* » est l'événement $Q \cap S$
$p(Q \cap S) = \frac{20}{140} = \frac{1}{7}$.

(e) $S \cup Q$: « L'élève a un sac à dos ou 15 ans »
$p(S \cup Q) = p(S) + p(Q) - p(S \cap Q) = \frac{4}{7} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{22}{35}$.

Exercice 2

Adapté du sujet de devoir commun 2013

Grande manifestation aux îles Alligators (Nouvelle Papouasie du sud-est) contre le projet de loi sur la suppression du secret bancaire. Dans cette manifestation on trouve, en autres, des directeurs de banque qu'on appellera plus simplement dans la suite Directeurs, et des étrangers possesseurs de compte aux îles Alligators qu'on appellera plus simplement Etrangers.
Un institut de statistique, le CRS (Centre de Recherche Statistique) interroge un échantillon représentatif de 200 manifestants. Ses résultats sont les suivants :
- directeurs de banque : 60 personnes
- étrangers possesseurs de compte(s) aux îles Alligators : 35 %
- parmi les 60 directeurs, il en a compté 7 qui étaient aussi Etrangers.

On note D l'ensemble des directeurs de banque et E l'ensemble des Etrangers.

⋆⋆⋆ Partie A ⋆⋆⋆

①

	D	$\overline{D}$	
E	7	63	70
$\overline{E}$	53	77	130
	60	140	200

② Avant de faire des calculs de probabilité nous devons préciser l'univers associé à l'expérience.
$\Omega = \{$ensemble des 200 manifestants sondés $\}$.
On est en situation d'équiprobabilité.

$E \cap D$: "le manifestant choisi est un directeur étranger".
$\overline{E} \cup D$: "le manifestant choisi est un directeur ou n'est pas étranger"

③

- on cherche donc $p(\overline{D})$. A l'aide du tableau, on sait qu'il y a 140 manifestants qui ne sont pas directeurs.

$$p(\overline{D}) = \frac{140}{200} = \frac{7}{10}$$

- on cherche donc $p(D \cup E)$.
On utilise la propriété : $p(D \cup E) = p(D) + p(E) - p(D \cap E)$.

$$\begin{aligned} p(D \cup E) &= p(D) + p(E) - p(D \cap E) \\ &= \frac{60}{200} + \frac{70}{200} - \frac{7}{200} \\ &= \frac{123}{200} \end{aligned}$$

⋆⋆⋆ Partie B ⋆⋆⋆

① On a cherché à simuler un manifestant par un nombre entre 1 et 200.
On saisit donc en A3 : =ALEA.ENTRE.BORNES(1 ;200)

② Le choix de D peut être caractérisé par l'obtention d'un nombre entre 1 et 60 en colonne A.

③ Il faut donc compter le nombre de valeurs dans la colonne A qui sont inférieures ou égales à 60 et diviser par l'effectif total.
La formule saisie est donc : =NB.SI(A3 :A202 ;"<=60")/200

Exercice 3

Pour répondre aux questions de cet exercice on pourra s'aider d'un diagramme de Venn.

Un centre de loisir propose de nombreuses activités mais seulement deux activités sportives : le tennis et le golf.
Sur 240 personnes inscrites dans ce centre :
- 145 sont inscrites au tennis
- 107 sont inscrites au golf
- 48 sont inscrites au tennis et au golf

On choisit une personne au hasard parmi les personnes inscrites dans ce centre.

Avant tout, nous devons préciser l'univers associé à l'expérience.
$\Omega = \{$ensemble des 240 personnes inscrites dans ce centre $\}$.
On est en situation d'équiprobabilité.

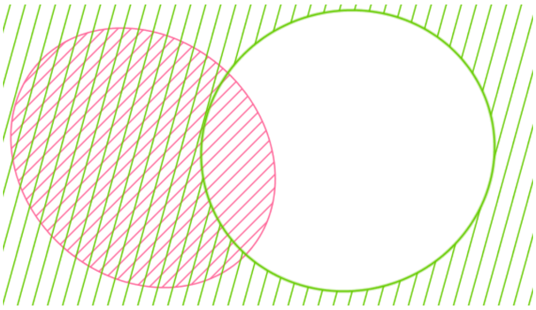
① $p(T) = \dfrac{145}{240} = \dfrac{29}{48}$

$p(G) = \dfrac{107}{240}$

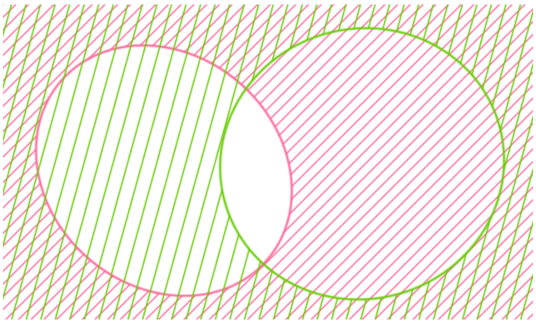
② • $T \cap G$: " la personne est inscrite au tennis et au golf ".

$p(T \cap G) = \dfrac{48}{240} = \dfrac{1}{5}$

- T∪G : "la personne est inscrite au tennis ou au golf". On se sert de la formule du cours pour calculer la probabilité.
  $p(T\cup G)=p(T)+p(G)-p(T\cap G)=\dfrac{29}{48}+\dfrac{107}{240}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{17}{20}$
- $\overline{T}$: "la personne inscrite n'est pas inscrite au tennis. On se sert de la formule de l'évènement contraire.
  $p(\overline{T})=1-p(T)=1-\dfrac{29}{48}=\dfrac{19}{48}$
- $T\cap\overline{G}$: "la personne est inscrite au tennis et n'est pas inscrite au golf".
  Aidons nous d'un diagramme de Venn :
  L'événement T est représenté en hachure rose et l'événement $\overline{G}$ en hachure verte.



  L'évenement cherché correspond donc sur le diagramme à la partie à la fois hachurée en rose et en vert.
  On en déduit que les éléments de $T\cap\overline{G}$ sont les éléments de T qui ne sont pas dans l'intersection avec G.
  D'où : $p(T\cap\overline{G})=p(T)-p(T\cap G)=\dfrac{29}{48}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{97}{240}$
- $\overline{T}\cup\overline{G}$: "la personne n'est pas inscrite au tennis ou n'est pas inscrite au golf". Aidons nous d'un diagramme de Venn :
  L'événement $\overline{T}$ est représenté en hachure rose et l'événement $\overline{G}$ en hachure verte.



  L'évenement cherché correspond donc sur le diagramme à la partie soit hachurée en rose soit en vert, soit les deux.
  On observe que cela correspond à l'univers privé de l'intersection des deux événements.
  Ainsi : $p(\overline{T}\cup\overline{G})=1-p(T\cap G)=1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$.

③ L'événement A n'est autre que $T\cup G$, donc $p(A)=\dfrac{17}{20}$.
L'événement B est l'événement A privé des personnes qui font les deux sports. D'où :
$p(B)=p(A)-p(T\cap G)=\dfrac{17}{20}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{13}{20}$