Le cours avec les aides animées

Q1. Donne les formules du produit et du quotient de deux puissances d'un même nombre.

Q2. Donne la formule de la puissance d'une puissance.

Q3. Donne les formules du produit et du quotient de deux puissances de même exposant.

Les exercices d'application

1 *Autour des produits...*

Écris les produits suivants sous la forme a^n où a est un nombre quelconque et n un entier relatif.

$5^3 \times 5^7 = 5^{\dots + \dots} = 5^{\dots}$

$(-7) \times (-7)^5 = \dots\dots$

$3^8 \times 3^{-10} = \dots\dots$

$4^{-3} \times 4^{-7} = \dots\dots$

$(\sqrt{3})^4 \times \sqrt{3} = \dots\dots$

$(\sqrt{7})^{-5} \times (\sqrt{7})^9 = \dots\dots$

$\left(\frac{7}{3}\right)^5 \times \left(\frac{7}{3}\right)^9 = \dots\dots$

$\left(\frac{9}{5}\right)^{-4} \times \left(\frac{9}{5}\right) = \dots\dots$

2 *...et des quotients*

Écris les quotients suivants sous la forme a^n où a est un nombre quelconque et n un entier relatif.

$\frac{7^{13}}{7^5} = 7^{\dots - \dots} = 7^{\dots}$

$\frac{3^{38}}{3^{15}} = \dots\dots$

$\frac{12^{28}}{12^{34}} = \dots\dots$

$\frac{(-6)^{12}}{(-6)^{15}} = \dots\dots$

$\frac{(\sqrt{6})^{10}}{(\sqrt{6})^9} = \dots\dots$

$\frac{-4{,}5}{(-4{,}5)^{-5}} = \dots\dots$

$\frac{9^{-2}}{9^7} = \dots\dots$

$\frac{1{,}2^{-5}}{1{,}2^{-3}} = \dots\dots$

3 *Puissances de puissances*

Écris les nombres suivants sous la forme a^n où a est un nombre quelconque et n un entier relatif.

$(7^3)^5 = \dots\dots$

$(5^2)^{-4} = \dots\dots$

$\left(\left(\frac{3}{8}\right)^{-1}\right)^{10} = \dots\dots$

$\left((\sqrt{5})^7\right)^{-2} = \dots\dots$

$\left((\sqrt{11})^2\right)^3 = \dots\dots$

$\left(\left(\frac{9}{7}\right)^{-2}\right)^{-1} = \dots\dots$

$(3^2)^{-2} \times 3^3 = \dots\dots$

$\left((-7)^3\right)^2 \times (-7)^{-4} = \dots\dots$

$(5^3)^{-1} \times (5^3)^2 = \dots\dots$

$\left(\left(\frac{7}{4}\right)^5\right)^3 \times \left(\left(\frac{7}{4}\right)^{-2}\right)^4 = \dots\dots$

4 *De même exposant*

Complète les égalités suivantes.

$5^2 \times 3^2 = (\dots \times \dots)^{\dots} = \dots\dots$

$3{,}5^{-3} \times 4^{-3} = \dots\dots$

$2^4 \times 7^4 = \dots\dots$

$(-7)^6 \times (-3)^6 = \dots\dots$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-2} = \dots\dots$

$(\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{3})^2 = \dots\dots$

5 *Retour des quotients*

Complète les égalités suivantes.

$\frac{15^2}{9^2} = \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{\dots} = \left(\frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

$\frac{14^3}{21^3} = \dots\dots$

$\frac{25^{-2}}{10^{-2}} = \dots\dots$

$\frac{(-8)^5}{16^5} = \dots\dots$

6 *En choisissant la bonne formule*

Écris les nombres suivants sous la forme a^n (où a est un nombre quelconque et n un entier relatif) puis donne une écriture décimale en utilisant la définition d'une puissance.

$\frac{2^{18}}{2^{14}} = \dots\dots$

$5^{-7} \times 2^{-7} = \dots\dots$

$(2^4)^{-1} = \dots\dots$

$7^{-6} \times 7^8 = \dots\dots$

$\frac{2^3}{5^3} = \dots\dots$

$\left(\frac{12}{25}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \dots\dots$

$4^{-3} \times 25^{-3} = \dots\dots$

$\frac{25^{-2}}{35^{-2}} = \dots\dots$

$(4^{-1})^3 = \dots\dots$

$\left((\sqrt{8})^2\right)^{-1} = \dots\dots$

$\left((-1{,}5)^3\right)^4 \times \left((-2)^6\right)^2 = \dots\dots$

7 *À la recherche de l'exposant perdu*

Complète les égalités suivantes.

$3^{10} \times 3^{\cdots\cdots} = 3^5$

$7^{\cdots\cdots} \times 7^8 = 7^{11}$

$(5^2)^{\cdots\cdots} = 5^8$

$\dfrac{5^{\cdots\cdots}}{5^{28}} = 5^{-13}$

$6^{-8} \times 6^{\cdots\cdots} \times 6 = 6^{10}$

$\dfrac{7^{\cdots\cdots}}{14^{\cdots\cdots}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}$

$3^{\cdots\cdots} \times 10^{\cdots\cdots} = 30^7$

$\left((-2)^{\cdots\cdots}\right)^3 = (-2)^{12}$

8 *Astucieusement*

Calcule mentalement.

$A = 59 \times 2^{-2} \times 5^{-2} =$ ....

$B = 5^2 \times 0{,}742 \times 2^2 =$ ....

$C = 2^3 \times 12{,}2 \times 5^3 =$ ....

$D = 2^{-3} \times 5^{-3} \times 61 =$ ....

9 *Simplifications de quotients*

Donne l'écriture la plus simple possible des quotients suivants.

$\dfrac{7^{-2} \times 7^5}{7^8} =$ ....

$\dfrac{5^4 \times 5^8}{5^{10}} =$ ....

$\dfrac{3^{-2} \times 2^5}{3^{-5} \times 2^7} =$ ....

$\dfrac{5^3 \times 2^7 \times 3^2}{5^5 \times 2^9 \times 3^{-1}} =$ ....

....

$\dfrac{5^{-2} \times 2^3 \times 3^{-5} \times 7^4}{5^2 \times 2^7 \times 3^{-3} \times 7^3} =$ ....

....

$\dfrac{11^{-1} \times 2^{-5} \times 13^4 \times 5^3}{2^{-7} \times 5 \times 11^{-3} \times 13^6} =$ ....

....

$\dfrac{3^{-3} \times 7^4 \times 5^8 \times 2^{-3}}{2^{-7} \times 5^4 \times 7^6 \times 3^{-5}} =$ ....

....

10 *Le calcul littéral aussi*

Soit l'expression littérale $A = (x + 7)^3 \times (x + 4)^3$.

Calcule, mentalement, l'expression A pour $x = -2$.

....

....

....

11 *Décomposition en produit de facteurs premiers et PGCD de deux nombres entiers*

a. Le nombre 700 peut se décomposer de la manière suivante :

$$700 = 7 \times 100 = 7 \times 25 \times 4 = 7^1 \times 5^2 \times 2^2.$$

- Que signifie l'expression « facteurs premiers » dans la phrase « L'écriture précédente est la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 700. » ?

....

....

- En t'aidant de l'exemple ci-dessus, écris la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants.

9 000 = ...

....

12 100 = ...

....

b. On connaît la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 1 080 et 288.

$$1\,080 = 2^3 \times 3^3 \times 5 \text{ et } 288 = 2^5 \times 3^2.$$

- 5 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Pourquoi ?

....

....

- 3 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Et 3^2 ? Et 3^3 ? Justifie.

....

....

....

- Trouve un nombre entier n, le plus grand possible, tel que 2^n divise à la fois 1 080 et 288.

....

- Existe-t-il un autre facteur premier, différent de 2 et de 3, qui divise à la fois 288 et 1 080 ? Justifie.

....

....

- Montre que PCGD (288 ; 1 080) = $2^3 \times 3^2$.

....

c. En appliquant la méthode vue dans la question **b.**, complète.

- 700 = ... et 12 100 = ...

  donc PGCD (700 ; 12 100) = ...

- ....

  donc PGCD (700 ; 9 000) = ...

- ....

  donc PGCD (12 100 ; 9 000) = ...