

## Définition

La fonction  $\exp$ , notée «  $exp$  », est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  qui, à tout nombre réel  $x$ , associe le nombre réel strictement positif  $e^x$ .

## Propriétés

$$\exp(0) = e^0 = \dots ; \quad x \in \mathbb{R} ;$$

## Propriétés algébriques

Pour tout réel  $x$ , on a :  $e^x > 0$  ;

$x$  Pour tous réels  $x$  et  $y$ , on a :  $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$  ;

$x$  Pour tout réel  $x$  et tout entier  $n$ , on a :  $e^{nx} = (e^x)^n$  ;

$x$  Pour tout réel  $x$  et tout entier  $n$ , on a :  $(e^x)^n = e^{nx}$  ;

## 3 Dérivée

La fonction exponentielle est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et sa dérivée est égale à elle-même :

$$\forall x \in \mathbb{R}, (e^x)' = e^x$$

La fonction  $e^x$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ . Il en découle :

- Pour tous réels  $x$  et  $y$ , on a :  $x < y \Leftrightarrow e^x < e^y$  ;
- Pour tous réels  $x$  et  $y$ , on a :  $x > y \Leftrightarrow e^x > e^y$  .

## II) Etude de la fonction exponentielle

### 1) Limites aux bornes de l'ensemble de définition

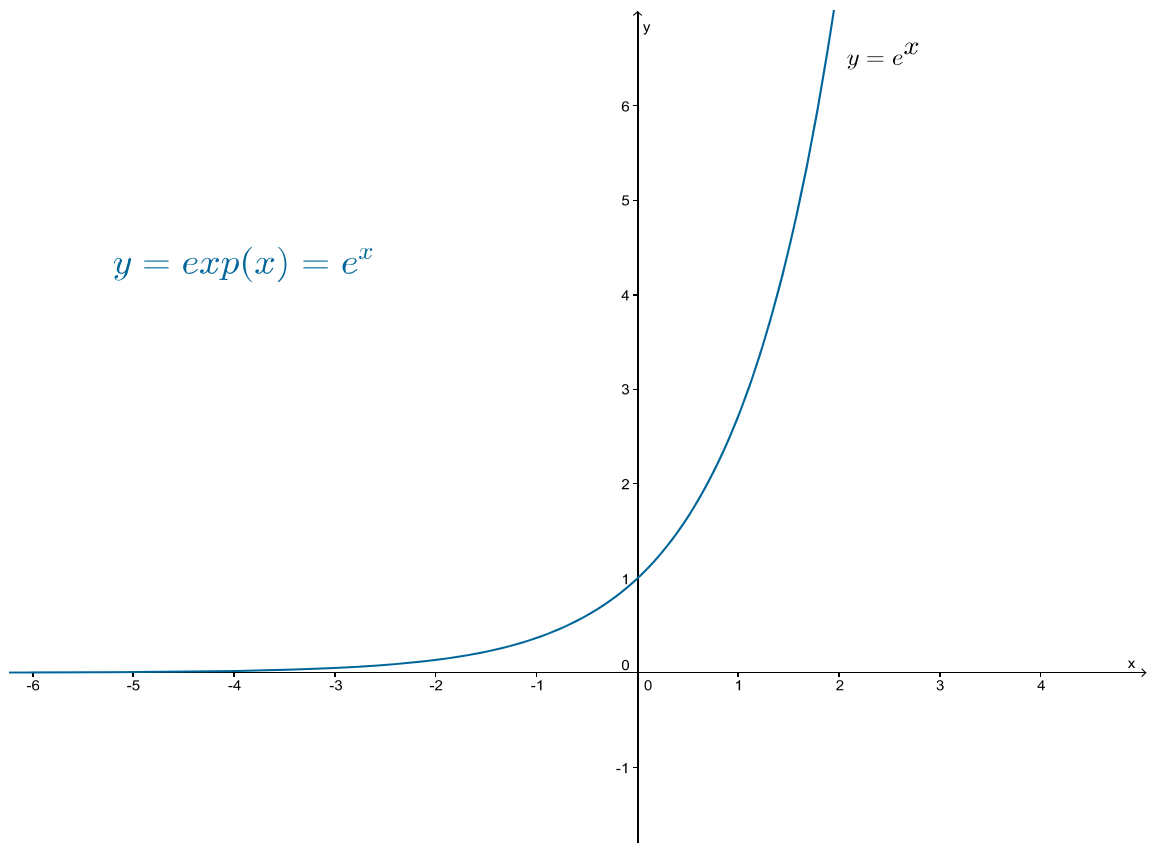
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \exp(x) = \dots$$

## 2) Tableau de variation

$x$	
$exp'(x) = exp(x)$	
$exp(x)$	

## 3) Courbe représentative



*Courbe représentative de la fonction exponentielle*

## III) Résolution d'équation avec exponentielle

Pour tout réel  $m > 0$ ,  $\ln m$  est l'unique solution de l'équation  $e^x = m$ .

Exemples : Résoudre les équations suivantes :

$$e^x + 3 = 5$$

$$e^{(x-5)} = 8$$

## V) Limites fondamentales

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\ln x}{x^n} \right) =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^n \ln x) =$$

Exemples : Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\ln x}{x^3} \right) + 2x - 5 =$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^2 \ln x + 3x - 1) =$$

## VI) Dérivée de $\ln(u(x))$

Pour toute fonction  $u$  à valeur strictement positive, définie et dérivable sur un intervalle  $I$ , on a :

Fonction	Dérivée
$\ln(u(x))$	

Exemples : Dériver les fonctions suivantes :

$$f(x) = \ln(2x - 7)$$

$$g(x) = \ln(x^2 + 4x - 3)$$